上越数学教育研究，第26号，上越教育大学数学教室，2011年，pp.123-132.

相互作用による児童の分数の知識の形成を探求するための素地的研究

藤　巻　雄　也
上越教育大学大学院修士課程１年

平成13年度と平成15年度の小中学校教育課程実施状況調査(国立教育政策研究所, 2001, 2003)における算数の結果を見てみる。平成 13 年度では，分数乗法や除法の計算問題の通過率は高いが，分数の除法の文章問題の通過率が悪いことが見て取れる(国立教育政策研究所，2001)。平成15年度でも，調査結果の概要＜数と計算＞の中で「分数の除法の式を作る問題(6年)など，計算の意味理解に関わる問題では，設定通過率を下回る問題があるなど課題が見られる」(国立教育政策研究所，2003)と分析されている。これらの調査から分数の除法は小学校算数の学習内容の中でも理解することが難しい単元であることがわかる。分数の除法は計算のやり方を習得するだけにとどまり，計算の意味を理解することまで至っていない児童が多いのではないか。このような問題が起きるのはどうしてだろうか。分数の除法の計算の意味が児童にとって理解が困難なことは，まずもって，児童が学習をする場である教室における分数の意味形成が重要になるからではなかろうか。

教室は教師と子どもたちという集団で構成される小さな社会である。その教室における学習状況を捉えるために，Blumer(1991)のシンボリック相互作用論の考えを採用することにする。

本稿は，子どもの分数の除法の意味理解を探求する前段階として，Blumer(1991)の理論を中心とした基礎的理論の構築を目的とするものである。

１．想定プロトコル

研究課題を具体的に明示するために，分数学習で論点となる場面の想定プロトコルを以下に示す。想定プロトコルで扱う授業の問題は次である。

> 問題：2/5 ㎡のへいをぬるのに，青いペンキを1/2 dℓ使います。このペンキは，１dℓ当たり何㎡ぬれるでしょうか。

この場面では，問題から立式をし，その後，2/5÷1/2 の計算の仕方を考える。プロトコルは児童が考えを発表する場面からである。なお，プロトコルにおける T は教師を表し，C は児童を表す。児童を区別する場合は，C の後に数字を付ける。単独の C は大勢の児童を表す。

T　2/5÷1/2 をどのように計算しましたか？発表してください。
C1　はい，私は小数に直して計算をしました。
T　分数を小数に直して考えたわけですね。小数に直すとどんな式になりましたか？
C1　0.4÷0.5＝0.8 になりました。
T　はい，ありがとうございます。他のやり

方でやった人はいますか？

C2　私は図にして考えました。

T　どのような図を描いたのですか？

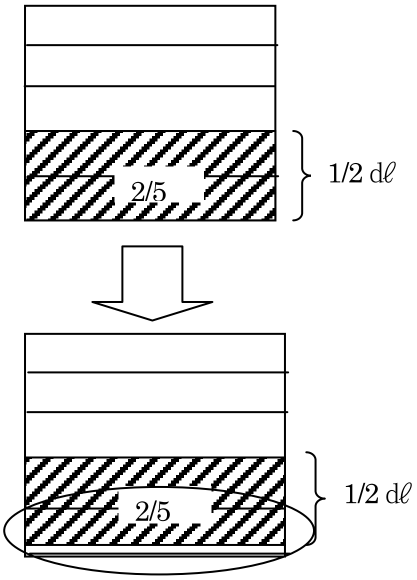

図１

C2　(図 1 を提示しながら)2/5 ㎡なので 1 ㎡を５つに分けたうちの２つ分になります。この色のついた部分をぬるのに 1/2 dℓペンキを使うんだから…。式は 2/5÷1/2 だから 2/5 の半分をとればいいと思います。なので，2/5÷1/2=1/5 になります。

T　なるほど。図を使って考えたわけですね。図を作った後で式を見てみると÷1/2 になっているから 2/5 の半分をとればよいのではないかということですね。他のやり方をした人はいますか？

C3　2/5÷1/2 なので, かけ算の時のように分子は分子で割って，分母は分母で割るという方法でやりました。

T　わかりました。他にありますか？

C4　(2÷1)/(5÷2)という式を立ててやりました。

T　答えはいくつになりましたか？

C4　えっと，2/2.5 になってしまってよくわからなくなりました。

C　分母が小数になってるから，その方法はだめじゃないかな？

T　今までで分母が小数になるようなことはありましたか？

C　なかった。

T　そうですね。ということは，これはちょっとうまくいかなさそうですね。

C　小数に直して計算するのが一番わかりやすいよ。

T　小数にしてみると，確かに，わかりやすいですね。分数を使って他の方法をした人はいますか？

C　・・・

T　うーんと，ここで，ちょっと先生の考えを紹介したいのですが，皆さん，割り算のきまりを使ってこの問題を解くことはできないでしょうか？

C　割り算のきまりってなんだったっけ？

T　割り算のきまりは割る数と割られる数に同じ数をかけても答えは変わらないというものでした。2/5 と 1/2 に何かをかけて分数から整数にすることはできないですか？

C10 を掛けると両方とも分母が消えて整数になります。

T　そうですね。つまり，(2/5×10)÷(1/2×10)=(2×2)÷(1×5)=(2×2)/(1×5)=4/5 となります。ここで，ちょっと最初と最後だけ見てみると，2/5÷1/2=(2×2)/(5×1)=2/5×2/1 という式になりますよね。この式をみて何か気付くことありませんか？

C　割るが掛けるになってる。C1/2 が 2/1 になってる。

T　そうです。よく見るとこの式は，1/2 が 2/1 になって割るが掛けるになってますよね。

T　このように，分数の割り算の場合は，割る数の分子と分母が逆になって，割るが掛けるに変わります。

C　　なんで割るが掛けるにかわったんだろう？

C　　そっか，かけ算になるんだから，そのままだと前にやった分数のかけ算と同じになってしまうから，逆の数を掛けるんだ。

T　　そう考えるとかけ算との違いがわかっていいですね。では，分数の割り算はこのようにして解くことを覚えておきましょう。

この想定プロトコルでは，分数を小数に直して解く方法，図を用いて解く方法，分母同士，分子同士を割って解く方法，割り算のきまりを用いて解く方法が出てきているが，それについて議論がされずに終わってしまっている。分母同士，分子同士を割って解く方法が出されるが，答えの分母に小数が出てきてしまい児童は混乱する。そこで，結局は小数に直して考えるやり方が一番わかりやすいという結果になってしまう。教師は他に分数の考え方で解いた児童はいないか尋ねるが，誰からも考えが出てこないので，自分の考えとして割り算の決まりを用いて解く方法を提示する。この方法により分数の割り算では，割る数の分数を逆にして掛けることが出される。しかし，このような方法では児童は，計算のやり方として分数の割り算を理解するだけで，計算の意味を理解することができない。児童から出てきた考えと教師によって出された考えとの関連について教師は何も触れていない。このような状況では児童は，分数の計算のやり方として，分数の除法は割る数の分数を逆数にしてかければよいという方法を学ぶに過ぎず，その意味を出てきた考えと関連させることは難しい。

２．分数の除法に関する先行研究

清水(1992)は小学校第６学年の児童と中学校第１学年生徒を対象に調査を行い，分数の除法に関して，子どもは計算できるがその意味を理解していないという実態を明らかにしている。調査は小学校第６学年児童300名と中学校第１学年生徒290名の計590名に対して行われた。調査結果の考察で清水(1992)は，次のように述べている。

このような実態は，彼らが通常，手続きの意味を考えることなく計算し，しかもその手続きの意味やそれを用いてよい理由を問われることがないという状況を示している。手続きの形式的適用は，例えば「公式」の利用のように，算数・数学においてよく見られることである。それ自体は，むしろ数学的知識の特性を反映するものでさえある。しかし，児童・生徒の大半がその意味や妥当性を問われて答えられないとすれば問題である(清水，1992，ｐ.47)。

この研究から，子どもは分数の計算をただのアルゴリズムとしてみなし，大半がその意味を獲得できていないことがよくわかる。

清水(1995)は，分数の除法における「形式性」と「論理性」に着目して研究を行った。清水(1995)の研究において焦点を当てるのは，従来から困難だといわれてきた立式の過程ではなく，計算によって解を求める過程である。この解を求める過程について清水は次のように述べている。

この過程では，導かれた計算方法を実行している限りその意味や根拠が意識されることはなく，「形式性」が発揮され続ける。しかし，たとえばアルゴリズムの適用に障害が生じたり，別のアルゴリズムが示されたりすると，元のアルゴリズムの根拠が問われ，「論理性」の問題が顕在化することになろう(清水，1995，p.4)。

分数の除法では「形式性」が発揮されるこ

とが多いのは，分数の除法をアルゴリズム，「公式」として理解することが多いからである。解を求める過程においては「形式性」が前面にでて，「論理性」が気にされることはあまりない。しかし，使っているアルゴリズムに障害が起きたり，別のアルゴリズムが示されたりすることによって，元のアルゴリズムの根拠を示さなければならない状態が生じる。このことから「論理性」を顕在化していくためには，もとのアルゴリズムの根拠を明確にしていくための討論を起こしていく必要があることがわかる。

中村(1998)は，分数の除法において児童が計算手続きを作り出すことができることを授業において実証し，分数の計算の意味の理解へ移行した児童の思考の様相を明らかにすることを目的として研究を行った。中村(1998)は児童が計算手続きを作り出すために数学的に根拠となる内容を明らかにし，その内容を授業に取り入れることによって児童が分数の計算の意味理解に至ると考えた。中村(1998)の授業実践は次のように進んでいる。9/20÷3/5 の計算方法を全体で議論するところから授業は始まり，まず，「小数に直す」方法が発表され，次に，「分母同士，分子同士をわる」方法が発表される。この方法は割り切れない場合はできないという反論があがり，「分母同士，分子同士をわる」方法がどんな数値でも使えるかという話し合いに移っていく。この話し合いの中で，被除数を「倍分」することによって，分母も分子も割り切れる分数にすればよいなどの意見が出てくる。中村(1998)はこの話し合いの中から次のような結果が出てきたと述べている。これらの話し合いの中から，分数÷整数のときの計算方法で「分子÷整数」を認めているから，「分母同士，分子同士をわる」という方法もいつでもできるという意見が出る。この意見によって，多くの児童は「分母同士，分子同士をわる」という方法の一般性を認める。この中村(1998)の授業実践は，清水(1995)の「論理性」が顕在化しているものである。中村(1995)の授業実践の場面では，「分母同士，分子同士をわる」方法についての議論がおこることにより，その根拠を示す必要性が出てきた。さらに注目したいのは，最後に多くの児童は「分母同士，分子同士をわる」という方法の一般性を認めた部分である。議論の結果により教室の中における意味が確立している場面と見ることができるのではないだろうか。

３．Blumer(1991)のシンボリック相互作用論

シンボリック相互作用論は人間集団とその行動を研究するためのアプローチである。最初に，Blumer(1991)は社会的相互作用には 2 つの水準があり，それは非シンボリック相互作用とシンボリック相互作用であると述べている。非シンボリック相互作用は，個人が他者の行為に対して，その行為を解釈することなく直接に反応するときに生じるものである(Blumer，1991，p.10)。シンボリック相互作用は，非シンボリック相互作用と違い個人が他者の行為に対して解釈して反応しているものである。Blumer(1991)はこの 2 つの水準の違いをボクサーの例をだして説明している。ボクサーの試合中に相手が出したパンチをかわすために自動的に腕を上げるような反射的な反応は非シンボリック相互作用であり，相手が出したパンチを，自分をとらえようとしたフェイントだと自分の中で解釈したならば，それはシンボリック相互作用である。ある個人が相手の行為について解釈するという点で，日常行われている人と人の相互作用はシンボリック相互作用であるといえる。

次にシンボリック相互作用における意味についてみていく。シンボリック相互作用論では，ある個人にとって，ものごとの意味とは，そのものごとに関して，他者がその個人に対して行為する，その行為の様式の中から

生じてくるものである(Blumer, 1991, p.5)。つまり，意味とは他者の行為によって構成されていくものである。

この立場は算数・数学の授業の実態と似ている。算数・数学の授業では目にみえないきまりや性質を式や図で表現することで対象として扱い，他人との行為のやり取りを経て解釈できるようになる。このことから，算数・数学の授業の実態における意味とは社会的に構成されるものであり，教師と子どもの相互作用により形成されていくものである。つまり，教室という社会における意味をシンボリック相互作用論の立場から見ていくことで，教室の中で構成される意味を捉えていくことが，個々の児童の知識の形成を捉えていくことにつながるのである。

４．数学的対象

中村(2006)は，きまりや性質のような数学的対象は式やことばなど様々な表現がなされる(中村，2006，p.19)と述べている。この例として中村(2006)はカレンダーに見られるきまりをあげている。カレンダーに並ぶ数字を縦に３つ囲み，その数字３つを足すと，その和は囲んだ３つの真ん中の数字の３倍になっている。このきまりを真ん中の数字をａでおいた文字式で表すと，(a-7)+a+(a+7)=3a となる。しかし，カレンダーから見られたきまりを文字式におくことによって，このきまりはカレンダー上の数字だけでなく，カレンダーのように並べられた数字すべてに対して当てはまるきまりであることがわかる。つまり，カレンダー上では数字は1～31 までしかないが，1 以下，31 以上の数字を付け足していってもきまりは成り立つのである。このことからカレンダーという事象からあらわれたきまりは，その事象だけでなくより多くのものをあらわしていることがわかる。つまり，きまりや性質のような数学的対象は，目に見えない多くのことを含んでいるのである。

次に，算数・数学の授業においてどのようにして数学的対象はつくりだされていくのかについてみていく。中村(2001)は，授業では様々な表現を用いた相互行為が起こり，その過程の中で数学的対象が作り出されると述べている。算数・数学の授業においては，数学的対象は教師と子どもたち，子ども同士の相互作用により作り出されている。また，中村(2001)は数学的対象がつくりだされる過程に注目することにより，数学的対象は，それがつくりだされる文脈とのかかわりで指示される，指示できる対象として見られるようになると述べている。

Blumer(1991)は，「シンボリック相互作用論の立場からすれば，人間と，彼らの集団にとっての「世界」とは，「対象」から構成されるものである。そしてこれらの対象とは，シンボリックな相互作用の結果として生み出されたものである。」(Blumer，1991，p.13)と述べている。ここでいう対象とは，指摘し言及することができるものを対象としているため，数学的対象もシンボリック相互作用論の対象の一つである。シンボリック相互作用論では，ひとつの相互的な指示の過程から，共通の対象が生まれる――すなわち，一定の人々にとって同一の意味を持ち，この人々によって同じように見られる対象が現れるのである(Blumer，1991，p.14)。相互的な指示の過程から同じように見られる対象が現れることによって，その人々は対象が何であるかを学習していくのである。

以上のことから，数学的対象とは，事象からあらわれるきまりや性質のようなものであり，相互作用によってつくりだされていくものである。数学的対象は，授業において子どもが何について学習をしているのかを知る上で大切である。

５．社会数学的規範

ここでは，Blumer(1991)のシンボリック相互作用論の考え方を数学教育に取り入れた

Cobb(1996)の社会数学的規範の考えを見ていくことにする。社会数学的規範を見ていく上でまずは，教室における社会的規範がどのようなものかを知っておく必要がある。Cobb(1996)の述べる社会的規範とは，数学の授業だけでなく他の授業でも見られる教室の一般的な義務のことである。例えば，児童は教師の話を聞かなければいけない，教師が児童に意見を求めたら自分の意見を言わなければいけない，などが社会的規範にあたる。そして，この社会的規範は教室内の相互作用によって構成されるものである。

社会数学的規範とは，社会的規範を数学の授業において発展させた考え方である。Cobb(1996)は社会的規範と社会数学的規範を区別するために次のように述べている。

例えば，教室における，数学的に違うこと，数学的に洗練すること，数学的に効率的であること，そして，数学的にエレガントなこと，とされることの規範的な理解は，社会数学的規範である。同じように，許容できる数学的な説明と正当化されることは，社会数学的規範である。(中略)生徒たちが，彼らの解決と彼らの思考の方法を説明することが期待されていることの理解は，社会的規範である。一方，許容できる数学的な説明とされることの理解は，社会数学的な規範である。同様に，ある問題を議論しているとき，すでに述べられた解法と異なる解法を提示しなければならないという理解は，社会的規範である。一方，数学的な違いを構成することについての理解は社会数学的規範である。(Cobb, 1996, p.461)

これから，社会数学的規範と社会的規範の違いは数学的であるかどうかが大きな違いであることがわかる。

Cobb(1996)は，数学的な違いと数学的な洗練についての社会数学的規範が確立されるプロセスを文書化する際に，生徒と教師の学習機会にどのように社会数学的規範が影響するかを次のように述べている。

我々は，どのようにその教師と生徒たちが，相互作用的に，許容できる数学的な説明と正当化されることを構成するのかを考慮する。そのプロセスにおいて，我々は，どのようにその教師が教室の数学的なコミュニティの代表者としての役割を果たすことができるかを明らかにする。そこでは，生徒たちが，知ることについて，彼ら自身の個人的に意味がある方法を発展させる(Cobb, 1996, p.461)。

このことから，児童は社会数学的規範の中で意味を発展させていることがわかる。

Cobb(1996)は，教室のデータの分析は，許容できる数学的な説明と正当化されることの生徒たちの理解の進歩を示している(Cobb, 1996, p.467)と述べている。Cobb(1996)は，この理解の進歩には３つの面があると述べており，その３つとは，手続きを解説する説明，経験的に真である数学的な対象に及ぼす行為を解説する説明，反省の対象としての説明である。理解の進歩とあるように，この３つの面は，子どもの意味の発展の段階であると考えられる。まず，手続きを解説する説明，次に経験的に真である数学的な対象に及ぼす行為を解説する説明，最後に反省の対象としての説明へと発展していく。

６．想定プロトコルにおける分析

ここでは，第１節の想定プロトコルとは別に新たに想定プロトコルを作り，そのプロトコルにおける児童の知識の形成を数学的対象，社会数学的規範を用いて分析していく。想定プロトコルで扱う授業の問題は次である。

問題 : 2/5 ㎡のへいをぬるのに，青いペンキを 3/4 dℓ使います。このペンキは，1 dℓ当たり何㎡ぬれるでしょうか。

この場面では，問題から立式をし，その後，2/5÷3/4 の計算の仕方を考える。プロトコルは児童が考えを発表する場面からである。なお，プロトコルにおける T は教師を表し，C は児童を表す。児童を区別する場合は，C の後に数字を付ける。単独の C は大勢の児童を表す。

T　では，それぞれどのような考え方でやってみたか発表してください。

C1　はい，私は図を使って考えました。

T　どのような図をかいたのですか？

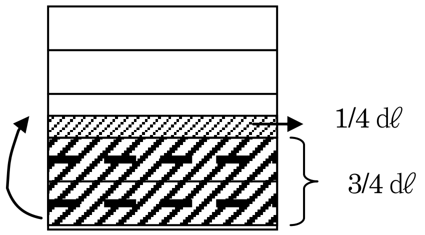

図 2

C1　(図 2 を示しながら)3/4 dℓで 2/5 ㎡ぬれるので，その 3/4 を 3 つにさらに分けて，1/4 でぬれるところをだして，上に足してやると 1 dℓでぬれるところがわかります。

T　なるほど。3/4 dℓにもう 1/4 dℓ足せば 1 dℓになるので，1/4 dℓでぬれるところを求めて，それを 2/5 に足したわけですね。

T　この考え方は，答えはどのようになりましたか？

C1　えっと，数字でいくつになるのかがよくわからなかったです。

T　わかりました。これと似た考え方をした人はいますか？

C2　はい，私は図じゃないんですけど，数直線を使って考えました。

T　数直線を使ってどのように考えましたか？

C2　前に習った割合のところで，2 つの数直線を使ったのを思い出してやってみました。

T　どんな数直線ができましたか？

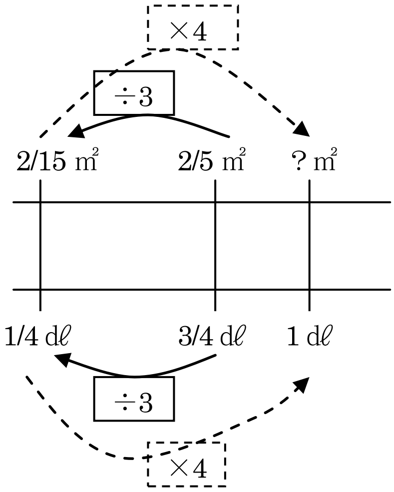

図 3

C2　こんな数直線をかきました(図 3 を提示する)。

T　はい，では，この数直線では，何をしているのか説明してください。

C2　えっと，最初はどうにかして 3/4 dℓを 1 dℓにしようとしたんですけど，うまくいかなかったので，3/4 を 1/4 にしてから，×4 をしてやれば 1 になると考えました。そして，ペンキでぬれる場所も同じように計算して変えていけばいいので，2/5 を÷3 して 2/15 にしてから，×4 をしました。

T　ありがとう。この考えでいくと答えはいくつになりましたか？

C2　えっと，8/15 になりました。

T　はい，ありがとうございました。C2 さんは，自分の考えとさっきの図を使った考えは似てると考えたわけですね。

C3　なんで，その，C2 さんのと C1 さんのが似てるんですか？ぜんぜん違うじゃないですか。

T　C3 さんは，この 2 つの考えはぜんぜん

違うものだと考えているわけですね。

T　では，この 2 つの考えは違うものなのか，それとも似ているものなのかを考えていきましょう。C3 さんはどこが違うと思いますか？

C3　見た目が違います。

T　見た目というのはどういうことですか？

C3　図を使っているのと数直線を使っているからです。

T　図と数直線という違うものを使っていると考えたわけですね。他にありますか？

C4　C1 さんの考え方は 3/4 にあといくつ足せばよいかを考えているけど，C2 さんは，1/4 に直してからそれを 4 倍している。

C2　でも，私の考えと C1 さんの考えはどちらも 1/4 dℓで，どのくらいぬれるのかを最初に考えています。

T　C2 さん，1/4 dℓで何㎡ぬることができるのですか？

C2　えっと，2/15 ㎡です。

T　それ，こっちの図で表すことができますか？

C2　うーんと 2/5 を 3 等分するわけだから，えっと，こうして横に 5 等分した後に，縦に 3 等分したうちの色のついてるここの部分です。

T　ということは，どちらも 3/4 dℓから 1/4 dℓでどのくらいぬれるかを求めているところは同じみたいですね。

C3　でも，その後の計算が足し算とかけ算になってます。

T　えっと，どのような計算になるか言えますか？

C3　C1 さんの考え方は 2/5 ㎡に 2/15 ㎡を足してるので，2/5+2/15 になります。C2 さんは 2/15×4 をしています。

T　足し算とかけ算が違うというわけですね。

C2　でも，ちょっと待ってください。今気付いたんですけど，C1 さんの考え方も 1/4 dℓを 4 倍して 1 dℓを求めることができます。だから，えっと，2/15×4 でも求めることができます。

T　面白いところに気がつきましたね。そうです，C1 さんの考え方もかけ算で求めることができますね。

C5　あれ，じゃあ，どっちも同じ式になるんじゃないかな？

T　どちらも同じ式になる，どうなんだろう？C2 さんの考えはどのような式がたちますか？

C5　えっと，3/4÷3×4=1 と 2/5÷3×4=8/15 がたちます。

T　問題の答えを求めている式はどちらですか？

C5　うーん，2/5÷3×4=8/15 です。

T　そうです。では，C1 さんの考えはどのような式がたちますか？

C5　2/5÷3=2/15，2/5+2/15=8/15 です。

C3　やっぱり違う式になる。

T　C2 さんがさっき言っていた，かけ算を使う方法だとどのような式になりますか？

C4　2/5+2/15 じゃなくて，2/15×4 に成ります。

T　ここで，2/15×4 の 2/15 というのは 2/5÷3 から出てきたものなので，前の式とくっつけて，2/5÷3×4 という風にもかくことができますね。

C3　あっ，同じ式になった。

T　どうやら，この 2 つは同じ式で考えることができるようですね。

T　ここでちょっと最初に戻ってみましょう。この 2/5÷3/4 っていう式はどのように計算することができますか？

C5　2/5÷3×4 という式に変えることができます。

T　そうですね。ここで，この 2/5÷3×4 というのは，2×4/5×3 とかくこともできますね。これと最初の式を見比べてみて何か気付くことはありますか？

C2　あっ，4 と 3 が逆になってる。

T　そうですね。この割る数の 3/4 が，後ろでは 4/3 になってますね。

C3　先生，いつの間にか割るだったのが×に変わっています。

T　そうですね。最初は÷だったものが，後ろになると×に変わっています。このことから，分数÷分数はどのように計算していけばよいかわかりますか？

C3　割る数の分数の分母と分子を逆にして，えっと，それを÷じゃなくて×に変えて計算する。

T　そうです。分数÷分数の計算は，割る数の分数の分母と分子を入れ替えて，それを掛けるということをして計算します。

T　なぜ，このようになるのかを，もう一度誰かに話してもらいましょう。

C3　2/5÷3/4 は，2/5÷3×4 という式になるからです。そしてこの÷3 というのは，1/4 dℓでぬれる面積です。

T　そうでした。そしてこの×4 では何をしているのですか？

C3　1/4 dℓでぬれる面積がわかったので，それを 1 dℓにするために×4 をしています。

この想定プロトコルを数学的対象，社会数学的規範を用いて分析していく。社会数学的規範は，分数の割り算の計算についての 2 つの考えが出てくるところではあらわれていない。最初のこの段階では，教師から意見を求められ，それに答えるという社会的規範である。しかし，これは C3 の発言である「なんで，その，C2 さんのと C1 さんのが似てるんですか？ぜんぜん違うじゃないですか」をきっかけにして変化していく。さらに，C3 の発言と C2 の発表した考え方から，前の教師の発言「わかりました。これと似た考え方をした人はいますか？」の似た考え方というのは，数学的に似た考え方のことをさしていることがわかる。C3 は C2 の考えが教師の提示した数学的に似た考え方を発表するという要求に反しているとして「ぜんぜん違うじゃないですか。」と発言している。この C3 の発言を受けて，教師は「では，この 2 つの考え方は違うものなのか，それとも似ているものなのかを考えていきましょう。」という発言をしている。前の文脈を受けて教師はこのような発言をしていることから，ここでの 2 つの考え方が似ているか違っているかというのは，数学的に似ているのか，違っているのかということになる。そのため，この発言により数学的に似ている点，違う点を発表していくという社会数学的規範があらわれる。この社会数学的規範の中で児童の知識の形成がされていく過程を見ていく。

まず，教室全体としてみていくと，C4 の発言「C1 さんの考え方は 3/4 にあといくつ足せばよいかを考えているけど，C2 さんは，1/4 に直してからそれを 4 倍している。」から数学的対象としてあらわれているのは，それぞれの考え方であることがわかる。それぞれの考え方とは，C1 は加法，C2 は乗法の考え方を使っているということである。この加法と乗法という違いは，C2 の発言，「C1 さんの考え方も 1/4 dℓを 4 倍して 1 dℓを求めることができます。」によって，両方とも乗法で考えることができることが示される。その直後にある C5 の発言「どっちも同じ式になるんじゃないかな？」によって，数学的対象が考え方から，式へと移っていく。そして，どちらの考え方も式が同じになるということから，分数÷分数の計算の仕方を考える場面

へと移っていく。数学的対象が加法と乗法の考え方から式の計算へと移っていくことにより、それぞれの考え方と計算の方法が結びついている。

これを C3 に注目して, C3 の知識の形成を見ていく。まず，C3 は「見た目からして違います。」という発言から 2 つの考えは数直線と図を使っていることが違いであるとしている。その後に教室の数学的対象が，考え方に移ったことで，C3 も「その後の計算が足し算とかけ算になってます。」と，考え方に着目した発言をしている。この発言から、C3 は 2 つの考え方の違いを認識している。この後の数学的対象が式に移ったところで，C3 は「やっぱり違う式になる。」と発言していることから，まだ 2 つの考えは違うものであると考えていることがわかる。しかし，次の「あっ，同じ式になった。」から，2 つの考え方は同じ式になることを知る。最後のまとめの段階で，C3 は 2/5÷3/4 は 2/5÷3×4 という式に変えて計算できることを理解している。さらに，÷3 は 3/4 dℓから 1/4 dℓでぬれる面積を求めるための計算であること，×4 はその 1/4 dℓを 4 倍して 1 dℓを求めている計算であることと C3 は結論する。

C3 は，分数÷分数の計算は割る数の分数の分母と分子を逆にして掛けることと，分母と分子を逆にして掛けるという計算の背景には，割る数の分数の単位分数を求めてから，それを 1 にするために分母と同じ数を掛けているということを知識として形成している。

7．まとめと今後の課題

本稿では, Blumer(1991)のシンボリック相互作用論から Cobb(1996)の社会数学的規範を用いて授業における児童の知識の形成を分析するための枠組みを構成した。課題として，この枠組みを用いて実際の授業を分析することがあげられる。

引用・参考文献

P, Cobb., M, Gresalfi., L, L, Hodge. (2009). An Interpretive Scheme for Analyzing The Identities That Students Develop in Mathematics Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol, 40, No, 1*, 40-68.

P, Cobb., E, Yackel. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol.27, No. 4,* 458-477.

H, Blumer. (1991). シンボリック相互作用論　パースペクティヴと方法(後藤将之訳). 勁草書房.

熊谷　光一. (2000). 授業にみられる数学的なリアリティと数学的対象. 上越数学教育研究, 15, 1-8.

中村　光一. (2001). 算数・数学の授業における数学的対象の構成：社会的相互行為論の立場から. 第 34 回数学教育論文発表会論文集, pp. 163-168.

中村　光一. (2006). 臨床的手法による算数カリキュラムの開発に関する研究. 平成 15 ～平成 17 年度 科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))研究成果報告書.

清水　美憲. (1992). 分数の除法に関する児童・生徒の認識について. 第 25 回数学教育論文発表会論文集, pp. 43-48.

清水　美憲. (1995). 分数の除法に関する児童・生徒の認識：その硬直した「論理性」の問題. 数学教育学論究, 63, 64, pp. 3-24.

中村　享史. (1998). 分数の除法における児童の思考の様相. 山梨大学教育人間科学部研究報告, 49, pp. 23-30.

国立政策研究所. (2003). 平成 15 年度小中学校教育課程実施状況調査. http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm